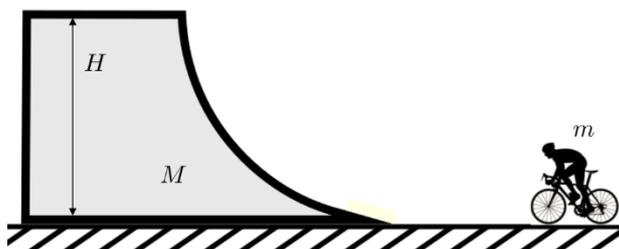


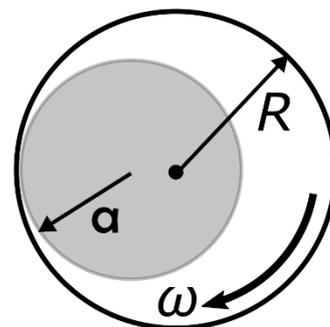
Время выполнения заданий — 240 минут.  
Максимальное количество баллов — 100.

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если вы не знаете ответа, ставьте прочерк. Разрешается предъявить к проверке черновые записи. Для этого нужно указать в бланке ответов «Смотреть черновик» и прикрепить к нему листы с черновыми записями.

**Задача 1.** Велосипедист, не крутя педали, заезжает на горку, профиль которой представляет из себя четверть окружности. Если бы горка была закреплена на поверхности, он бы подпрыгнул вверх, поднявшись от поверхности Земли на удвоенную высоту горки. Однако горка может скользить по поверхности без трения. Какой высоты достигнет велосипедист, если его масса равна  $m$ , масса горки равна  $M$ , а высота горки равна  $H$ ? Потерей энергии при трении между шинами велосипеда и поверхностью, а также кинетической энергией вращения колёс велосипеда пренебречь



**Задача 2.** Если жёсткое кольцо, насаженное на вертикальный стержень, быстро закрутить, то некоторое время оно практически не будет спускаться вниз вопреки действию силы тяжести. Пусть радиус стержня равен  $a$ , радиус кольца равен  $R > a$ , толщина кольца пренебрежимо мала. Кольцо, касаясь внутренней стороной поверхности стержня, вращается с проскальзыванием; центр кольца при этом движется по окружности радиуса  $R - a$  с центром на оси стержня (см. Рисунок). Коэффициент трения между внутренней поверхностью кольца и поверхностью стержня равен  $\mu$ . В данный момент кольцо вращается с некоторой угловой скоростью  $\omega$ .



1. Сначала пренебрегите силой тяжести, действующей на кольцо, и найдите скорость его центра масс, силу реакции опоры и силу трения, действующие со стороны стержня на кольцо.
2. Пока сила тяжести мала по сравнению с силой трения, действие гравитации можно рассматривать как малую поправку, противодействие которой слабо отклоняет силу трения от горизонтального направления. Чему в этом

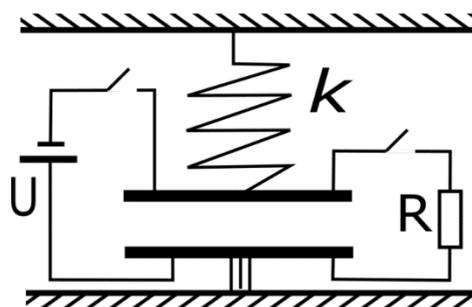
пределе будет равна скорость оседания кольца вниз? Ускорение свободного падения принять равным  $g$ .

**Задача 3.** Воздушный шарик накачан гелием до объёма  $V_0 = 3$  л. Для того, чтобы удерживать шарик у поверхности Земли, надо прикладывать силу  $F_0$ . Полагая, что атмосфера является изотермической, а давление с высотой  $h$  падает по линейному закону  $P = P_0 - P'h$ , где  $P_0 = 10^5$  Па – атмосферное давление у поверхности Земли, а константа  $P' = 12$  Па/м, найдите высоту  $H$ , до которой поднимется шарик, если его отпустить.

1. Сначала решите задачу в предположении, что объём шарика не меняется при изменении внешнего давления. Численный ответ получите для  $F_0 = 0.01$  Н.
2. Учтите теперь то, что при уменьшении внешнего давления  $P$  шарик увеличивается в размерах. Пусть расширение шарика определяется упрощённым законом  $P_{in} - P = P_\Delta$ , где  $P_{in}$  – давление внутри шарика, а константа  $P_\Delta = 10^4$  Па. Удерживающая сила равна  $F_0 = 0.001$  Н.

Плотность воздуха у поверхности Земли равна  $\rho_0 = 1.2$  кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup> считать не меняющимся с высотой.

**Задача 4.** Одна пластина конденсатора жёстко закреплена, а другая удерживается пружиной жёсткости  $k$ . Площадь пластин равна  $S$ , расстояние между пластинами в состоянии равновесия и разряженности конденсатора равно  $d$ .



1. Определите максимальный допустимый заряд на конденсаторе
2. Пусть заряд на конденсаторе равен  $Q$ . В некоторый момент его подсоединяют к резистору сопротивлением  $R$  и ждут, пока подвижная пластина конденсатора остановится. Чему будет равно тепло, выделившееся на резисторе?
3. Найдите зависимость напряжения на конденсаторе от заряда его пластин. Чему равно максимально возможное напряжение на конденсаторе?

Диэлектрическая проницаемость вакуума  $\epsilon_0 = 8.9 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

**Задача 5.** Если перевернуть стакан, до краёв наполненный водой, то она из него вытечет. Если же перевернуть открытый флакон с глазами каплями, то жидкость вытекать не будет. Оцените размер отверстия во флаконе, при котором вода будет из него вытекать. Поверхностное натяжение воды  $\sigma = 7 \cdot 10^{-2}$  Н/м.

